

完全バンドギャップを有する棒状の弾性メタマテリアルの開発

Development of rod-shaped elastic metamaterials with a perfect acoustic bandgap

研究代表者 北海道大学大学院工学研究科 助教 友田基信

共同研究者 北海道大学大学院工学研究院 教授 Oliver B. Wright

共同研究者 北海道大学大学院工学研究院 准教授 松田理

Motonobu Tomoda, Oliver B. Wright, Osamu Matsuda

Preventing elastic waves from traveling down thin structures is a subject of great interest from the point of view of both physics and applications. To completely prohibit sound waves in a given frequency range in rods, for example, all axially propagating acoustic eigenmodes must exhibit strong damping. Here, we demonstrated experimentally and by simulation a metamaterial rod made from a single material that can simultaneously shut out all elastic-wave polarizations, namely longitudinal, flexural, and torsional modes, in a band in the sub-kHz range. We first bonded five acrylic building blocks together to make a subwavelength resonator and then fixed an array of these inside an acrylic tube to form a cylindrical metarod that inhibits sound transmission in the metamaterial bandgap frequency range. Applications include vibration control and earthquake mitigation.

要旨

構造体を伝わる弾性波を遮蔽することは、学問的観点からも応用面からも興味深い。棒を伝わる特定周波数帯の弾性波を遮蔽するためには、様々な方向の振動変位を持つ波を全て減衰させなければならない。実験とシミュレーションの両面化から、単一素材からなる sub-kHz 帯の特定周波数帯で縦波、曲げ波、ねじれ波のすべてを遮蔽する棒状の弾性メタマテリアルを開発した。アクリルチューブの内部にアクリルからなる共振器構造を取り付けたユニットを単位構造として、それを5つ繋げたメタマテリアル棒に対して弾性波が特定周波数で伝わらなくなることを示した。この研究の発展として、振動コントロールや地震の被害軽減などへの応用が考えられる。

1. まえがき

産業の高度化に伴って、産業機械や電気機器、車両など様々な分野で振動の抑制技術がますます必要となってきている。そのような固体構造を内部を伝わる弾性波の抑制技術の一つとして、音響メタマテリアルや弾性メタマテリアルが近年研究されている^①。弾性メタマテリアルは、抑制したい弾性波の波長よりも小さな共振器が構造内に多数配置されていることが特徴で、共振を利用して特定周波数で振動を抑制できることが明らかになっている。この弾性

メタマテリアルを構造物に取り入れる際には、ある一つのモードの弾性波を抑制するように設計したとしても弾性波は境界面などでモード変換を起こすことにより、別のモードとして振動が伝わってしまうという問題がある。そのため、すべてのモードの弾性波（棒を伝わる低周波数弾性波の場合には、圧縮波、2つの曲げ波、捻じれ波の4つのモード）を同時に抑制できることが応用において重要になる。

弾性メタマテリアルにおいて、波が透過できない（遮蔽される）周波数帯域は、フォノンニックバンドギャップと呼ばれる。類似の振動抑制構造でもあるフォノンニック結晶もフォノンニックバンドギャップを持つが、その生成メカニズムが異なる。フォノンニック結晶の場合には、空間的な周期構造によって反射・散乱される波どうしの干渉によって構造を通り抜ける波が打ち消し合う。それに対し、弾性メタマテリアル構造では、内部の共振構造に一旦吸収され位相差が付いて放出される波と元の伝搬波が打ち消し合う干渉をすることで構造を通り抜ける波を抑制する。このようなメカニズムで波をコントロールする人工構造は、弾性波に限らず音響波・音響学や電磁波・光学の分野でも、内部共振構造を上手く設計することで、元々の波の波長よりも小さく、粗視的に見るとあたかも周波数に依存する有効パラメータを持つ材料のように見えることから、メタマテリア

ルと名付けられている．特に特定のモードでなく，すべてのモードに対してバンドギャップになる周波数帯は完全バンドギャップと呼ばれている．

弾性メタマテリアルは，バンドギャップの弾性波に対する強力なダンパーとなりうる．さらにそれを単一材料で作成することができれば製造が簡単になるのでより応用に役立つであろう．我々はこのような視点で，この研究を進めている．しかし，我々の知る限り，完全バンドギャップを達成した弾性メタマテリアルの構造体は棒状でかついくつかの材料を組み合わせた複合構造のものしか存在しなかった⁽²⁾⁻⁽⁴⁾．単一材料からなり完全バンドギャップを持つ棒状のフォノンニック結晶は報告されているが^{(5), (6)}，それらは前述したように振動抑制のメカニズムがメタマテリアルとは異なっていた．我々は，まず金属フラットバーに着目し，切削加工で内部共振構造体を作ることによって，完全バンドギャップを持つ音響／弾性メタマテリアル梁と名付け，kHz 周波数帯に完全バンドギャップを持つようにその設計を弾性シミュレーションを利用して行い，試作と特性評価を実験で行った (図1)^[1]．図2に示すように，この構造は，圧縮波 (compressional wave)，面内方向変位のずり波／曲げ波 (shear-horizontal wave)，面外方向変位のずり／曲げ波 (shear-vertical wave)，捻じれ波 (torsional wave) の4つを同時に抑制する完全バンドギャップを持つ．ただし，このメタマテリアル梁の研究を論文発表したのは，本研究助成の応募後ではあったが，助成期間の開始前であったため，本報告書では構造図 (図1) とそのシミュレーション上での周波数特性 (図2) を述べるに留める．この梁構造は，板を2次元的に削って作製したのに対し，さらに柱などにも使えるように3次元的に内部に共振構造を作った弾性メタマテリアル棒についても設計・試作・性能評価を行い発表したので，本報告書では主にこの完全バンドギャップを持つ弾性メタマテリアル棒について述べる^[2]．

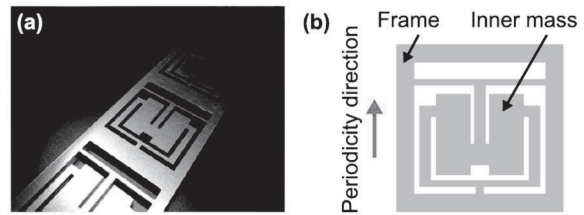


図1 完全バンドギャップを持つ弾性メタマテリアル梁のデザイン．

(a) 写真．(b) 単位構造の概念図．灰色の部分がアルミニウムであり，中の白い部分が貫通穴である．この単位構造は，フレーム，内部質量とバネとして働くいくつかの薄板からなる．

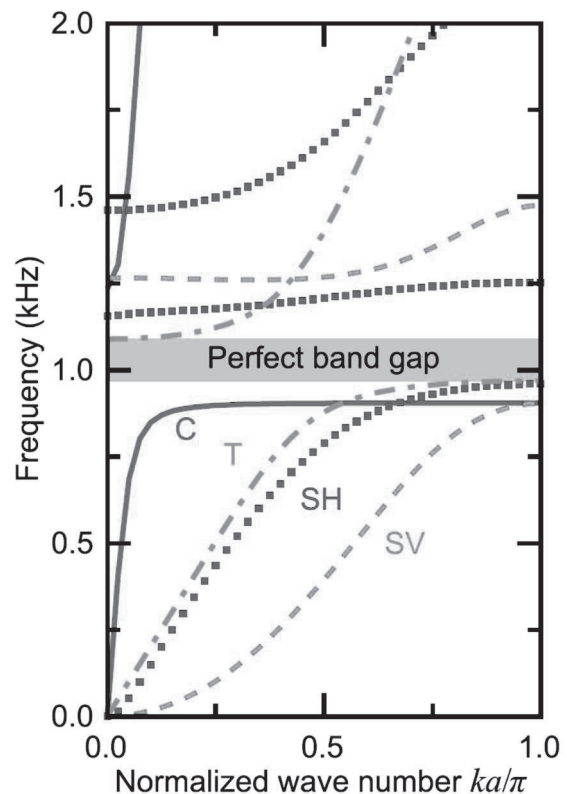


図2 弾性メタマテリアル梁の弾性波の分散関係．横軸 k は波数で， a は単位構造の長さである．実線は圧縮波 (C)，点線は面内曲げ波 (SH)，破線は面外曲げ波 (SV)，一点破線は捻じれ波 (T) のモードを表す．

2. 弾性メタマテリアル丸棒の設計

2.1 設計と作製方法

弾性メタマテリアル丸棒を作製するにあたって、市販の有限要素法のパッケージソフトである COMSOL Multiphysics による固体力学の固有モード解析を用いた。設計した単位構造の両端に対して Floquet 周期境界条件を当てはめて波の端数に対応する位相差を付けて固有モード解析を行う方法である。弾性メタマテリアルの材料としては原理的には固体であれば何でもよいが、内部に共振構造を入れることができるパイプが手に入りやすい材料であること、市販品でも様々なサイズが揃っていること、透明であるために内部構造の様子が見えること、部品を切削加工する際にも壊れにくく、接着材なども使えることなどを考慮して、アクリル樹脂を使うことにした。設計に関するシミュレーションにも、アクリルの物性パラメータを使っている。最終的な構造の写真を図3に示す。

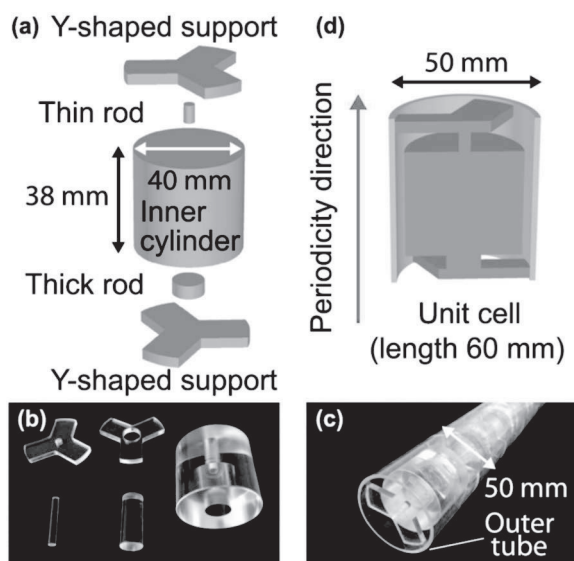


図3 メタマテリアル棒のデザイン。(a) (b) アクリル樹脂でできた内部構造の各パーツの形状とその写真。これらを接着により組み立ててアクリル樹脂のパイプに取り付ける。(c) (d) 組み立てられたメタマテリアル棒の写真とその単位構造の断面図。

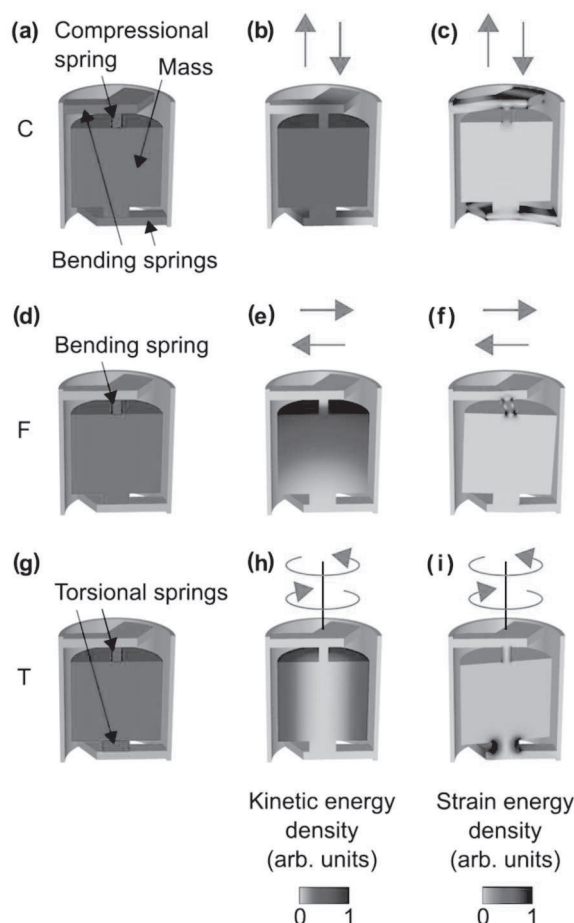


図4 に対する内部構造の共振周波数での各モードの変位。中列が運動エネルギーの大きい部分（質量に相当）、右列が弾性エネルギーの大きい部分（バネに相当）に色付けしている。

設計の際には、圧縮波、曲げ波、捻じれ波の各モードのバンドギャップが重なるように内部構造の寸法パラメータを変化させて何度もシミュレーションを繰り返す必要がある。内部構造のそれぞれの位置の寸法を変えると、全てのモードのバンドギャップが変化するので、制御したいそれぞれのモードに対して敏感な部分とそうでない部分を見極めることがポイントであり、内部構造に対して図3(a)に示すように、Thin rod と Thick rod のように非対称的な設計を考案したことが、完成への道筋であった。図4に示すように、圧縮波に対しては、内部構造の中央部分が質量として作用し、Y-shaped support にあたる部分が主にバネとして作用する。つまり Y-shaped support の厚みを調節してバネ定数を変化させれば、圧縮波に相当する共振周波数を調節できることになるが、他のモードはこの部分の変化に対しては敏感ではない。曲げ波モードに対しては内部構造の細い

ロッドの部分が、捻じれ波に対しては内部構造の太いロッドの部分がバネとして作用する。それぞれのモードのバンドギャップの重なる周波数範囲ができるだけ広くかつ低周波数側に来るように細かい調節を重ねたので、構造設計のためのシミュレーションの回数は100回近くになった。

試料の内部構造は、図3(b)に示すようなパーツをマシニングセンタや旋盤を使って切削加工で作製し、それをアクリル用接着剤で組み立てた。試料外側のパイプにも接着剤を流し込むための小さな穴をあけている。内部構造を冷凍庫で冷やして縮めた後、細い棒を使って接着したい位置まで持ってきて、常温で膨らんだ後から接着剤で固定を行った。Y字型にしてあるのは、位置の調節がしやすいように糸を細い棒に引っかけることができるようにするためと、空気を逃がしやすくするためである。パイプに小さな穴をあけたことやY字型にすることによる性能面での影響がないことはシミュレーションで確かめている。

なお、今回の設計は試作品が作りやすいことを優先して行っている。例えば、この設計の全ての寸法を2倍にすると完全バンドギャップの周波数は1/2になる。これは構造全体の寸法が相似を保ったまま変わっても、弾性波を縦波と横波の速度は変わらず、各ガイド波のモードを構成する縦波と横波の比率も変わらないことによる。材料が変わると設計のシミュレーションをやり直さないといけないが、おおまかな構造設計はできているので、細かな寸法を変えるために10回程度シミュレーションを行えば設計が完了することを、金属のアルミ合金や半導体のシリコンで試している。

2.2 分散関係の導出

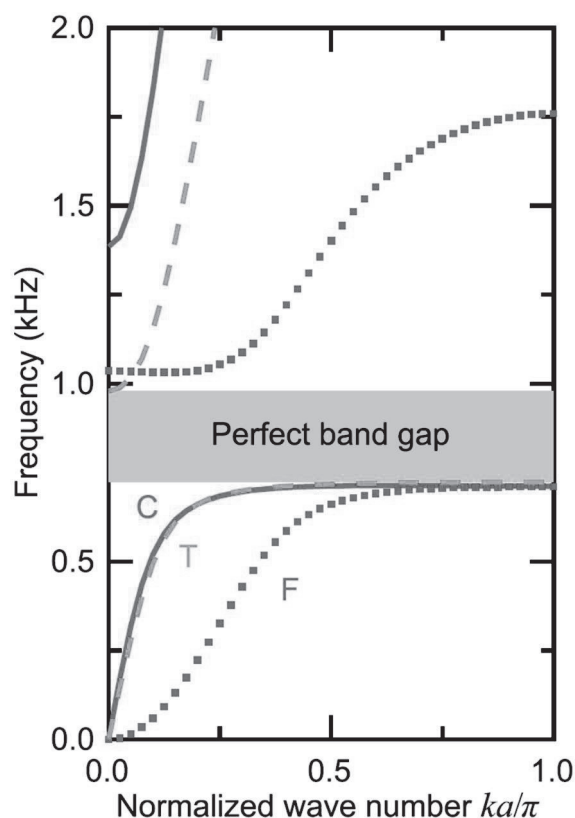


図5 弾性メタマテリアル丸棒の分散関係。横軸 k は波数で、 a は単位構造の長さである。実線は圧縮波 (C)、破線は曲げ波 (F)、点線は捻じれ波 (T) のモードを表す。

図5に、シミュレーションで求めた弾性メタマテリアル丸棒の分散関係を示す。完全バンドギャップを広くするために、完全バンドギャップの下端の周波数が揃うように設計を行った。完全バンドギャップの周波数をより低くすることは、図4に示すように内部共振構造の質量にあたる部分をより重く、バネに当たる部分をより細くすると可能であると思われるが、今回は試料の耐久性などが分からなかったため、限界を攻めるような設計は行っていない。このようにバンドギャップ下端の波数が π/a (ブリルアンゾーン端)、上端の波数が0になるのは、メタマテリアルに特有の分散関係のパターンである。フォノン結晶の場合には、バンドギャップの上端と下端の波数が同じになる。

3. 実験

3.1 実験セットアップ

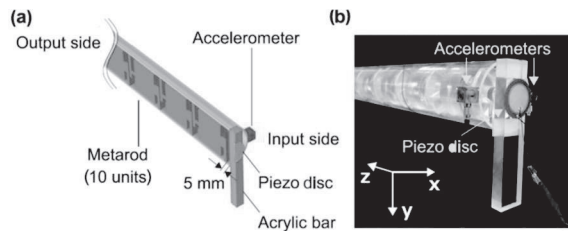


図6 透過率測定の実験セットアップ。(a) (b) 単位構造5つからなる弾性メタマテリアル丸棒の端に、ピエゾディスクを貼り付け、振動を励振する。振動は3軸の加速度センサを入射側と出射側に2つつ丸棒を挟むように対称的に取り付けて計測する。

図6に実験セットアップを示す。実験は単位構造10個からなる弾性メタマテリアル丸棒に対して行った。メタマテリアル領域とただのパイプ部分での音響インピーダンスの差による反射などを考慮せずに評価するために、試料の端がメタマテリアルの単位構造で始まるように実験を設定した。固定具を通して外部へ振動が逃げていかないように、メタマテリアル棒を糸に吊るす形で測定を行った。弾性波の励振はピエゾ振動子を使い、ファンクションジェネレータから正弦波を励振し、定常状態を測定した。振動の検出には、3軸の図6 (b)に示すように、2つの3軸加速度センサを丸棒を挟む対称の位置に貼り付けた。入射側と出射側の両側に、合計4つの加速度センサを使った。向い合う3軸加速度センサの軸毎の加速度を測定することで、測定するモードの分離を行う。例えば圧縮波では図6 (b)のz方向成分の平均値、曲げ波に対してはy方向の平均値、捻じれ波に対してはy方向の差を測定する。これら圧力センサからの出力をロックイン増幅器で平均して測定を行った。測りたいモードに合わせて、図6 (a)の亚克力バー上でピエゾの貼り付け位置を変化させた。以上のように、各モードのバンドギャップを跨ぐように、ファンクションジェネレータの周波数を走査させて、測定を行った。

3.2 実験結果と考察

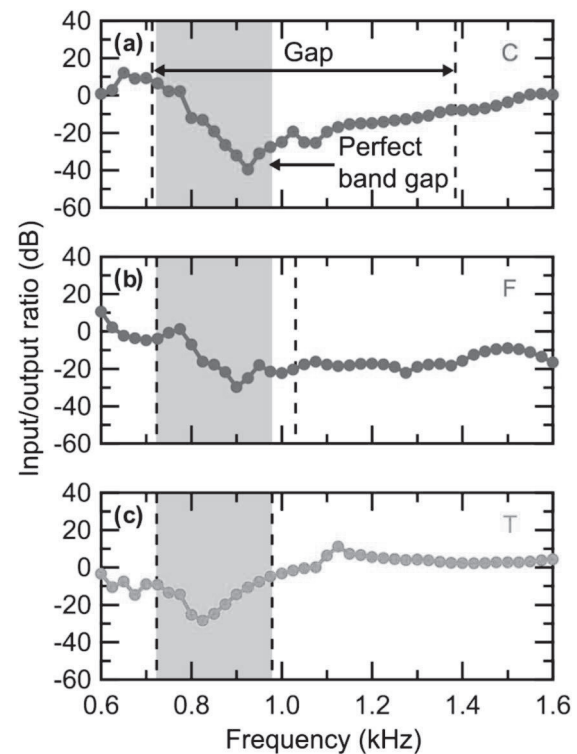


図7 10個の単位構造からなる弾性メタマテリアル丸棒における各モードの弾性波に対する透過波/入射波の率。縦の点線はシミュレーションで求めたそれぞれの弾性モードのバンドギャップ、背景の灰色の部分は完全バンドギャップの部分を示す。

図7に測定した透過率（正確には入射側の加速度と出射側の加速度の率）を示す。それぞれのモードに対しバンドギャップ内に、透過率が低くなるピークは観測できた。ただし、シミュレーションの結果と比較すると、弾性メタマテリアルの遮蔽効果によるバンドギャップでの透過率の落ち込み量ははるかに小さなものであった。このシミュレーションとの乖離は、我々のグループの先行研究であるアルミ合金による弾性メタマテリアル梁の際にも見られたが、今回のアクリルの弾性メタマテリアル丸棒の方がはるかに大きいものであった。その理由として、シミュレーションでは、試料材料の粘弾性の効果を取り入れていないことがまず挙げられる。弾性メタマテリアルは、試料内部の共振を利用するものであるため、粘性項がはいるとその共振ピークが低くブロードバンドになる。その粘性の影響が、アルミ合金で作った場合よりも、アクリル樹脂の方が大きかったということが最大の理由であると考えられる。他にも削

り出しではなく接着を使ったことによっても、その部分でエネルギーの散逸が起こり、共振効果を小さい方向にしたのではないかと考えている。

3.3 アクリルパイプ厚みや周期性の影響

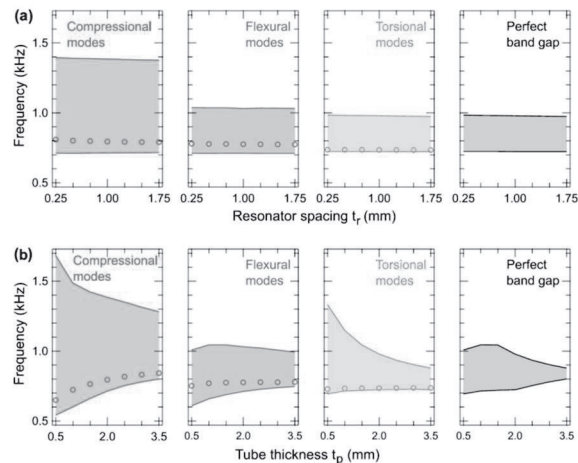


図8 シミュレーションによる (a) 空間周期を変化させた場合の各モードの共振周波数とバンドギャップの関係。 (b) アクリルパイプの厚みを変化させた場合の各モードの共振周波数とバンドギャップの関係。

図8に、単位構造の空間周期や、アクリルパイプの厚みの影響について、シミュレーションを使って調べた結果を示す。空間周期を変えることによってバンドギャップはほぼ変わらない。これは、弾性メタマテリアルが内部共振構造に一旦蓄えられてから放出される位相が異なった波による干渉によって波が打ち消し合うというメタマテリアルの原理から考えても、妥当な結果と言える。このことから示唆されることは、たとえ周期構造を取らない場合でも、弾性波を遮蔽する周波数帯であるバンドギャップは生まれるということである。ただし、分散関係は周期構造を前提としているので、周期性が無い場合には分散関係やバンドギャップは計算できなくなるし、シミュレーションも単位構造一つだけではなくより広い範囲を計算しないといけなくなる。

図8 (b)からは、アクリルパイプの厚みの影響を示す。今回は厚さ2 mmを選択したが、より薄くするとより広いバンドギャップが生まれる。つまり構造材料としての強度と性能とのトレードオフになることは予想できる。そのあたりは、応用する際に参考になるであろう。

4. まとめ

アクリル樹脂からでき、3つのモードの波すべてを遮蔽する完全バンドギャップをもつ弾性メタマテリアル丸棒を、シミュレーションを利用して設計し、実験によって検証した。1 kHz 付近の完全バンドギャップ領域では、圧縮波、曲げ波、捻じれ波の3つのモードを全て減衰させることができた。今回の研究で得られた知見を利用すると、実用に耐えるより広い完全バンドギャップを持つ構造も得ることができるであろう。今回の設計ではバンドギャップが広がるように手動による寸法最適化を行ったが、それを自動化し、さらに寸法最適化だけではなく形状最適化や、位相最適化（トポロジー最適化）を使って、多軸マシニングセンタや金属3Dプリンタなどの既存技術で作製可能かつより広いバンドギャップを持つ構造を設計できるであろう。今回拘った単一材料ということも、これらの構造最適化設計をする上では大きな利点となる。さらに今回は単一構造を周期的に並べただけであるが、様々な共振周波数を持つ構造を組み合わせることによって、より広い範囲のバンドギャップを作ることにも可能であろう。この場合、それぞれの共振器が連成振動する連成モードによって広いバンドギャップがなかなかできないという問題点も出てくるが、それを抑えることも可能であると考えている。

この弾性メタマテリアルは、全ての寸法を2倍するとバンドギャップの周波数がちょうど半分になるというスケールフリー性を持っている。そのため、地震に対する建物や橋などの振動を抑えるというような大きい構造から、MEMS (microscale electro-mechanical system) のようなマイクロスケールの小さな構造まで幅広い分野での振動抑制に利用できるであろう。また、今回はメタマテリアルの遮蔽効果に注目したが、共振構造の組み合わせによっては負の屈折やスーパーレンズ（エバネッセント波の増幅を利用した超解像レンズ）、クローキング（透明マント）など、光メタマテリアルで提案されている原理を弾性波に対しても持ち込むことができるであろう。さらに研究代表者は、弾性メタマテリアルにトポロジー絶縁体の概念を持ち込むことや、メタマテリアルの設計機械学習を応用することを、国内の関連分野の研究者との共同研究として開始している。

発表論文

- [1] Kentaro Fujita, Motonobu Tomoda, Oliver B. Wright, and Osamu Matsuda, “Perfect acoustic bandgap metabeam based on a quadruple-mode resonator array,” *Appl. Phys. Lett.* **115**, 081905 (2019).
- [2] Akira Ogasawara, Kentaro Fujita, Motonobu Tomoda, Osamu Matsuda, and Oliver B. Wright, “Wave-canceling acoustic metarod architected with single material building blocks,” *Appl. Phys. Lett.* **116**, 241904 (2020).
- [3] Akira Ogasawara, Kentaro Fujita, Motonobu Tomoda, Osamu Matsuda, and Oliver B. Wright, “Acoustic meta-rod based on a single material,” *The 4th A3 Metamaterials Forum 2019*, August 23, 2019, Sapporo, Japan.
- [4] Kentaro Fujita, Motonobu Tomoda, Oliver B. Wright, and Osamu Matsuda, “Lightweight single-material rectangular meta-beam with a perfect acoustic band gap,” *The 4th A3 Metamaterials Forum 2019*, August 23, 2019, Sapporo, Japan.
- [5] 小笠原央, 藤田健太郎, 友田基信, 松田理, Wright Oliver B., 「完全バンドギャップを有する音響メタマテリアルロッドの単一材料設計」 第80回 応用物理学会 秋季学術講演会, 2019年9月18日 北海道大学, 札幌
- [6] Motonobu Tomoda, Kentaro Fujita, Osamu Matsuda, and Oliver B. Wright, “Acoustic metamaterial beam with a perfect bandgap based on a quadruple-mod resonator array,” *META 2020*, July 2–23, 2020, Warsa, Poland (コロナ禍により延期)
- [7] 友田基信, 小笠原央, 藤田健太郎, 松田理, Oliver B. Wright, 「単一材料でできた完全バンドギャップをもつ音響メタマテリアル棒」第41回 超音波エレクトロニクスの基礎と応用に関するシンポジウム, 2020年11月25日, オンライン開催
- (5) Feng-Chia Hus, Chiung-I Lee, Jin-Chen Hus, Tsun-Che Huang, Chin-Huang Wang, and Pin Chang, “Acoustic band gaps in phononic crystal strip waveguides,” *J. Appl. Phys. Lett.* **96**, 051902 (2010).
- (6) Duan Feng, Dehui Xu, Guoqiang Wu, Bin Xiong, and Yuelin Wang, “Phononic crystal strip based anchors for reducing anchor loss of micromechanical resonators,” *J. Appl. Phys.* **115**, 024503 (2014).

参考文献

- (1) Sam H. Lee and Oliver B. Wright, “Origin of negative density and modulus in acoustic metamaterials,” *Phys. Rev. B* **93**, 024302 (2016).
- (2) Li Lixia and Cai Anjiang, “Control of the low-frequency vibrations of elastic metamaterials shafts with discretized arc-rubber layers,” *Jpn. J. Appl. Phys.* **55**, 067301 (2016).
- (3) Guancong Ma, Caixing Fu, Cuangohao Wang, Philipp del Hougne, Johan Christensen, Yun Lai and Ping Sheng, “Polarization bandgaps and fluid-like elasticity in fully solid elastic metamaterials,” *Nat. Commun.* **7**, 13536 (2016).
- (4) Lixia Li, Ruixiang Lv, Anjiang Cai, Miaoxia Xie, Yangyang Chen, and Guoliang Huang, “Low-frequency vibration suppression of a multi-layered elastic